

## 引力红移 Gravitational redshift

引力令星光偏折，也会削弱光子(光波)的能量。当光子离开一个星体的时候，它要消耗一些本身的光能来克服引力势能 (gravitational potential energy) 才能“爬出”星体的引力场，结果光子的波长增加，若从远离星体的地方观测，我们便发觉星光的谱线移向红端，这现象称为“引力红移”。

设右图有波长为  $\lambda$  的光子在距离星体中心  $r$  处，根据普朗克定律，光子本身的光能  $E = hc/\lambda$ ，相当于“等效”质量  $m = E/c^2 = h/(c\lambda)$ ，光子在这位置的引力势能 =  $GMm/r = GMh/(rc\lambda)$ 。

当光子走到  $r'$  处时，光子波长变为  $\lambda'$ ，其光能变为  $h/(c\lambda')$ ，在这位置的引力势能亦变为  $GMh/(r'c\lambda')$ 。

根据能量守恒原理，光子消耗的光能 = 要克服的引力势能

$$hc/\lambda - hc/\lambda' = GMh/(rc\lambda) - GMh/(r'c\lambda')$$

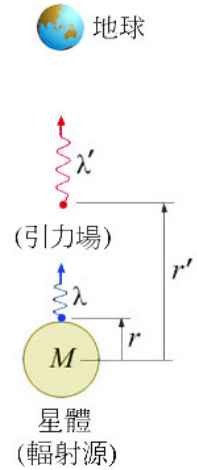
将上式除  $hc$ ，  $1/\lambda - 1/\lambda' = GM/(rc^2\lambda) - GM/(r'c^2\lambda')$

$$\lambda'/\lambda = [1 - GM/(r'c^2)] / [1 - GM/(rc^2)]$$

对于普通的天体 (不是中子星或星黑洞)， $GM/(rc^2)$  和  $GM/(r'c^2)$  都远低于 1，因此  $\lambda'/\lambda \approx [1 - GM/(r'c^2)] \cdot [(1 + GM/(rc^2))] \approx 1 + GM/c^2(1/r - 1/r')$

$$\lambda'/\lambda - 1 \approx GM/c^2(1/r - 1/r')$$

如果  $r' \rightarrow \infty$ ， $\lambda'/\lambda - 1$  就是从地球观测到的引力红移  $z$ ，即是  $z = GM/(rc^2)$



**例 19** 太阳质量  $M = 2.0 \times 10^{30}$  kg，半径  $r = 7.0 \times 10^5$  km，从地球观测到太阳表面的引力红移  $z = GM/(rc^2) = (6.67 \times 10^{-11})(2 \times 10^{30}) / (7 \times 10^8 \cdot 9 \times 10^{16}) = 2.1 \times 10^{-6}$ ，这是非常微量的红移。

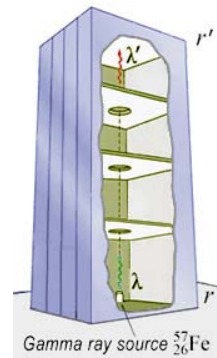
**例 20** 天狼伴星 Sirius B 是最近地球的白矮星， $M = 2 \times 10^{30}$  kg， $r = 5800$  km，在星面的引力红移  $z = GM/(rc^2) = 0.00026$ ，星光的 H- $\beta$  吸收线 (原波长 486.13 nm) 会红移到 486.25 nm。  
[注：白矮星的引力红移不能忽略，在观测致密天体时要区别红移是引力还是多普勒效应造成的。]

**例 21** 1960 年，哈佛大学的实验者在一座塔底放置一伽马射线源 (铁放射性同位素)，接收器放在 22.6 米高的塔顶。用理论计算，伽马射线到达塔顶的引力红移  $z = \lambda'/\lambda - 1 = GM/c^2 \cdot (1/r - 1/r')$

$$\begin{aligned} &\approx (GM/r^2) \cdot (r' - r) / c^2 \\ &= g \cdot (r' - r) / c^2 \\ &= 9.81 (22.6) / (9 \times 10^{16}) \\ &= 2.46 \times 10^{-15} \end{aligned}$$

$r$  是地球半径  
 $r' - r$  是塔的高度  
 $g$  是地面的引力加速度

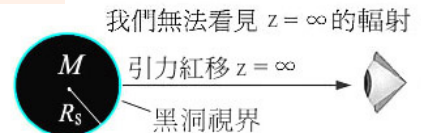
反复实验显示在塔顶的波长比塔底长  $(2.57 \pm 0.26) \times 10^{-15}$ ，与理论相符。



要留意，上述的引力红移公式没有考虑空间弯曲的影响，所以只适用于  $GM/(rc^2) \ll 1$  的普通天体，包括行星和赫罗图上的所有星体。中子星和星黑洞的强大引力令邻近空间严重弯曲，引力红移公式要经广义相对论修正为

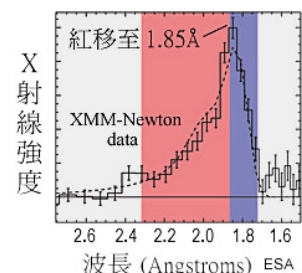
$$z = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{2GM}{rc^2}\right)}} - 1 \quad (\text{完整公式})$$

**例 22** 在无自转黑洞的视界面，史瓦西半径  $R_s = 2GM/c^2$ ，在视界面的引力红移  $z = 1/\sqrt{1 - 2GM/(R_s c^2)} - 1 = \infty$ ， $\infty$  表示波长完全平直，我们无法看见黑洞的任何辐射。



**例 23** 中子星的典型质量有  $1.5 M_\odot$  ( $3 \times 10^{30}$  kg)，半径为 15 km，在星表面的引力红移  $z = 1/\sqrt{1 - 2GM/(rc^2)} - 1 = 1/\sqrt{1 - 2(6.67 \times 10^{-11})(3 \times 10^{30}) / (1.5 \times 10^4 \cdot 9 \times 10^{16})} - 1 = 0.192$ ，中子星的谱线波长都比原来延长了 1.192 倍。

**例 24** 右图是 Serpens X-1 中子星上粒子运动产生的 X 射线谱，通常 X 射线谱的峰值是左右对称的，不过这峰值受到中子星引力的影响而红移到 1.85 Å (0.185 nm)，结果峰值两边并不对称。



[http://www.nasa.gov/vision/universe/starsgalaxies/probe\\_matter.html](http://www.nasa.gov/vision/universe/starsgalaxies/probe_matter.html)